

FRACTIONS ET DECIMAUX

SEANCE 4

DROITE GRADUEE 2

Les enfants vont être amenés à construire une graduation décimale, à étendre le tableau de numération, à placer des fractions décimales sur la graduation et dans le tableau, à utiliser ces outils pour donner du sens aux écritures à virgule.

OBJECTIFS :

- Donner du sens aux mots dixième, centième, millième et aux écritures $1/10$; $1/100$; $1/1000$; 0.1 ; 0.01 ; 0.001
- Donner du sens aux fractions décimales et aux écritures à virgule.
- Connaître, pour un nombre décimal, différentes désignations orales, différentes écritures fractionnaires, son écriture à virgule et savoir passer d'une désignation à l'autre.

MATERIEL :

Pour chaque binôme :

- 8 bandes identiques de 26 cm sur 2.5cm comportant une languette d'assemblage de 1cm sur 2.5cm et un segment de 25 cm gradué de 5mm en 5mm (Fiche 69 du fichier photocopiable ERMEL CM1 - ces dimensions ne sont pas connues des enfants) ;
- de la colle pour assembler ces 8 bandes et des ciseaux ;
- Une bande d'environ 70 cm sur 2.5cm découpée dans du papier uni.
- Fiche 70 du fichier photocopiable ERMEL CM1

DEROULEMENT

1) Construction de l'unité à partir du centième de l'unité

OBJECTIFS :

- Donner du sens au mot centième, établir les relations mutuelles entre unité, dixième, centième.
- Faire construire par les enfants le matériel utilisé dans les phases suivantes.

Par deux, les enfants fabriquent une grande bande en collant bout à bout les huit bandes identiques grâce aux languettes. Puis le maître fournit à chaque équipe de deux enfants une bande de 70 cm sur 2.5cm découpé dans du papier uni.

CONSIGNE :

Sur la grande bande que vous avez fabriquée, les traits de graduation sont espacés d'un centième de l'unité (écrire au tableau $1/100$). Dans la bande de papier uni, vous allez découper une bande de longueur égale à l'unité et une bande égale à un dixième de l'unité.

Le $1/100^e$ de l'unité étant égal à 5mm, on doit obtenir des bandes de 50cm et 5cm.

Lors de la phase orale, insister sur « une unité est composée de 100 centièmes, de 10 dixièmes » pour introduire plus facilement des écritures multiplicatives telles que $1 = 100 \times 1/100 = 10 \times 1/10$.

En affichant les bandes les une en dessous des autres, on s'assure que toutes les bandes unité et que toutes les bandes $1/10$ ont même longueur. On vérifie aussi que dix bandes $1/10$ bout à bout ont une longueur égale à celle de la bande unité. Ceux dont les bandes n'ont pas la longueur voulue en refont d'autres.

On écrit 1 sur la bande unité et $1/10$ sur la bande un dixième.

2) Placer des fractions décimales sur une graduation

Les millièmes sont introduits et les fractions décimales sont décomposées, afin de rendre compte des procédures utilisées pour placer sur la graduation construite lors de la première phase et, au seul vu de leur écriture, de favoriser les représentations mentales.

Les enfants utilisent les trois bandes fabriquées durant la première phase, ils écrivent au crayon afin de pouvoir corriger les fautes éventuelles.

En vue des mises en commun, le maître affiche au tableau des bandes identiques à celles des enfants.

Etape 1 :

Le maître fait écrire la lettre O et le nombre 0 à l'origine de la graduation, puis il demande de placer au crayon les nombre 1, 2, 3.

Des élèves viennent au tableau montrer comment ils ont procédé, les nombres sont placés en reportant la bande unité à partir de l'origine.

Puis le maître demande à combien de dixièmes et de centièmes de l'origine se trouvent les nombres déjà placés, et où se trouveraient 4, 10, 23 si on pouvait les placer.

Etape 2 :

Le maître demande aux élèves de placer, toujours au crayon, sur leur graduation les fractions $32/100$; $15/10$; $27/10$; $147/100$; $2000/1000$.

Chaque placement est suivi d'une mise en commun des réponses et des procédures avec explication de celles-ci et discussion sur leur validité.

Des enfants viennent au tableau expliciter comment ils ont procédé. On note au tableau les égalités correspondantes, chaque écriture étant référée à une manière de placer les nombres donnés.

$$32/100 = 3/10 + 2/100$$

$$15/10 = 1 + 5/10 ; 15/10 = 150/100$$

$$27/10 = 2 + 7/10 ; 27/10 = 3 - 3/10$$

$$147/100 = 1 + 4/10 + 7/100 ; 147/100 = 1 + 47/100 ; 147/100 = 15/10 - 3/100$$

$$2000/1000 = 2$$

Pour rendre possible l'emploi des dixièmes sur la graduation, en évitant reports de bandes ou comptage d'intervalles, on demande aux enfants d'allonger légèrement ou de marquer d'une autre couleur les traits correspondant aux dixièmes.

Etape 3 :

Pour ce travail centré sur les écritures, les demi-droites graduées ne sont pas disponibles durant la phase de recherche.

On demande aux enfants de trouver d'autres écritures, dont au moins deux avec le signe +, pour $32/100$; $223/100$; $3037/1000$.

Lors de la mise en commun, on explicite les écritures faisant apparaître la partie entière et la signification des autres chiffres du numérateur :

$$3 + 2/10$$

$$2 + 23/100 \quad ; \quad 2 + 2/10 + 3/100$$

$$3 + 37/1000 \quad ; \quad 3 + 3/100 + 7/1000$$

La validation se fait toujours par placement sur la demi-droite graduée.

$3037/1000$ est situé entre deux traits de la graduation, il est intéressant de faire rechercher le trait qui en est le plus proche.

3) Introduction des nombres décimaux

Les nombres décimaux sont des nombres qui peuvent s'écrire avec une fraction décimale. Leur écriture à virgule s'obtient en décomposant cette fraction. Inversement, pour donner du sens à une écriture à virgule, pour la lire, on peut la retranscrire à l'aide des fractions décimales. Ces remarques sont le fil conducteur des étapes suivantes.

Etape 1 : Introduction de l'écriture à virgule

Les enfants reçoivent un tableau de numération incomplet.

1000 (milliers)	100 (centaines)	10 (dizaines)	1 (unité)

Ils doivent y inscrire les nombres 2560 ; 108 ; 324 ; 10345 en plaçant un seul chiffre par colonne. La donnée 10345 suggère que le tableau doit être complété d'une case supplémentaire par la gauche.

Puis on demande de placer 120/10, puis 35/10.

La mise en commun doit conduire à la nécessité de placer le 2 de 120 et le 3 de 35 dans la colonne des unités et à l'impossibilité de placer le 5 de 35 dans les autres colonnes puisque le 5 représente les dixièmes.

On introduit ainsi une colonne pour les dixièmes, on place les deux fractions dans le tableau complété et on leur demande de placer 273/100.

La mise en commun montre qu'on ne peut pas placer le 3. On demande alors comment compléter le tableau de façon à pouvoir y placer des fractions comme 273/100 en mettant un chiffre par colonne et ce qu'il faut inscrire en haut de chaque colonne.

On aboutit par confrontation et discussion des différentes propositions au tableau classique (outil provisoire que l'on n'utilisera pas systématiquement par la suite) dans lequel on place 273/100.

1000 (milliers)	100 (centaines)	10 (dizaines)	1 (unité)	1/10 (dixième)	1/100 (centième)	1/1000 (millième)
		1	2	0		
			3	5		
			2	7	3	

Le maître y fait ensuite placer 147/10, puis il indique aux élèves l'écriture à virgule des nombres placés en l'associant à leur décomposition en fractions décimales :

$$35/10 = 3 + 5/10 = 3,5$$

$$273/100 = 2 + 7/10 + 3/100 = 2,73$$

$$147/10 = 14 + 7/10 = 14,7$$

Il fait chercher comment ces écritures à virgule peuvent se lire, d'abord en utilisant le mot « virgule », ensuite en utilisant les mots dixième, centième, millième.

On termine en demandant de chercher l'écriture à virgule et différentes lectures de :

$$3 + 21/100 = \dots\dots\dots$$

$$27 + 6/100 =$$

$$4/100 =$$
$$407/100 =$$

$$1/1000 =$$

La validation se fait en décomposant les fractions comme ci-dessus et en les plaçant dans le tableau.

Les lectures avec les mots unité, dixième, centième, millième seront exigées car elles donnent du sens aux nouvelles écritures.

Etape 2 :

On demande de placer 2.05 ; 1.803 ; 0.27 ; 3.40 ; 0.1 ; 0.01 dans le tableau et sur la graduation, de les écrire en lettres en utilisant les mots unité, dixième, centième, millième.

Lors de la mise en commun, le problème du zéro terminal sera abordé.

Etape 3 :

On demande d'écrire avec une virgule $1/2$; $1/4$; $3/4$ et de justifier.

L'objectif n'est pas de s'assurer une maîtrise de ces écritures, mais de donner l'occasion aux élèves de repérer des erreurs comme $1/2 = 1.2$

Les validations sont faites en plaçant les fractions sur la graduation et en explicitant ainsi les égalités :

$$1/2 = 5/10 ; 1/4 = 25/100 = 2/10 + 5/100 ; 3/4 = 75/100 = 7/10 + 5/100$$

ACTIVITES D'ACCOMPAGNEMENT :

- Combien de dixièmes dans 5 unités, combien d'unités dans 300 centièmes, combien de centièmes dans $25/10$?
- Lire de différentes façons 12.05 ; 0.103 ; 6.25 ; 2.3 ; 1.003
- Ecrire avec une virgule 5 millièmes ; 25 unités et 3 centièmes ; 50 centièmes
- Ecrire avec une fraction 0.2 ; 0.5 ; 0.25 ; 0.75 ; 1.5 ; 0.60 ; 3.750
- Quel est le nombre entier le plus proche de 3.06 ? De 1.7 ? De 2.059 ?